

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 1

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Diferencial

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Integral
- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Uso de funciones: Relación entre dos variables; como la altura en función del tiempo. Estudiar el comportamiento de gráficas (crecimiento, decrecimiento, concavidad, etc.).

Cálculo de Límites: Herramienta para estudiar el comportamiento de una función cerca de un punto.

Cálculo de Derivadas: Límite del cociente de cambios; Representa la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto. Tasa de cambio: Cómo una cantidad varía en relación con otra (por ejemplo, velocidad = cambio de posición con respecto al tiempo).

Cálculo de tasas de cambio, optimización y análisis de movimientos y esfuerzos en sistemas mecánicos.

EJERCICIO

- **Movimiento de un pistón en un motor.**

Situación:

La posición $x(t)$ de un pistón en un motor está dada por la función:
 $x(t) = 5 \cos(2\pi t)$

donde:

- $x(t)$ está en centímetros,
- t está en segundos.

Objetivo:

Calcular la **velocidad** y **aceleración** del pistón en cualquier instante.

SOLUCIÓN

1. Velocidad = derivada de la posición:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [5 \cos(2\pi t)] = -10\pi \sin(2\pi t)$$

2. Aceleración = derivada de la velocidad:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [-10\pi \sin(2\pi t)] = -20\pi^2 \cos(2\pi t)$$

Interpretación física:

- La velocidad es máxima cuando el pistón pasa por la posición media.
- La aceleración es máxima en los extremos del movimiento.

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio permite articular teoría matemática y fenómeno físico, desarrollando la capacidad de modelar, analizar e interpretar sistemas mecánicos reales, relacionando posiciones, velocidades y aceleraciones que son fundamentales en dinámica de mecanismos y análisis vibratorio.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: *Rodrigo Alonso Castro Niño*

Pág. 2

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Diferencial

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Integral
- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Uso de funciones: Relación entre dos variables; como la altura en función del tiempo. Estudiar el comportamiento de gráficas (crecimiento, decrecimiento, concavidad, etc.).

Cálculo de Límites: Herramienta para estudiar el comportamiento de una función cerca de un punto.

Cálculo de Derivadas: Límite del cociente de cambios; Representa la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto. Tasa de cambio: Cómo una cantidad varía en relación con otra (por ejemplo, velocidad = cambio de posición con respecto al tiempo).

Cálculo de tasas de cambio, optimización y análisis de movimientos y esfuerzos en sistemas mecánicos.

EJERCICIO

- Enfriamiento de una pieza metálica (Ley de enfriamiento de Newton)

Situación:

Una pieza metálica se enfría en una sala cuya temperatura es constante en 25°C. La temperatura de la pieza en el tiempo t (en minutos) está dada por:

$$T(t) = 100e^{-0.1t} + 25$$

Objetivo:

Determinar la **tasa de enfriamiento** en $t=5$ minutos.

SOLUCIÓN

1. Derivada de la temperatura:

$$T'(t) = \frac{d}{dt}[100e^{-0.1t} + 25] = -10e^{-0.1t}$$

2. Evaluar en $t=5$:

$$T'(5) = -10e^{-0.5} \approx -10(0.6065) \approx -6.065 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{min}$$

Interpretación física:

La temperatura disminuye a razón de aproximadamente 6.07 °C/min en ese instante.

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio permite articular teoría matemática y fenómeno físico, desarrollando la capacidad de modelar, analizar e interpretar sistemas mecánicos reales, relacionando posiciones, velocidades y aceleraciones que son fundamentales en dinámica de mecanismos y análisis vibratorio.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 3

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Diferencial

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Integral
- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Uso de funciones: Relación entre dos variables; como la altura en función del tiempo. Estudiar el comportamiento de gráficas (crecimiento, decrecimiento, concavidad, etc.).

Cálculo de Límites: Herramienta para estudiar el comportamiento de una función cerca de un punto.

Cálculo de Derivadas: Límite del cociente de cambios; Representa la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto. Tasa de cambio: Cómo una cantidad varía en relación con otra (por ejemplo, velocidad = cambio de posición con respecto al tiempo).

Cálculo de tasas de cambio, optimización y análisis de movimientos y esfuerzos en sistemas mecánicos.

EJERCICIO

- Optimización del espesor de una viga (mínimo peso)

Situación:

Se diseña una viga rectangular de base fija $b=10$ cm y altura “ h ” variable. El peso por unidad de largo depende del volumen:

$$P(h)=\rho \cdot b \cdot h$$

Donde “ ρ ” es la densidad constante del material.

Pero se requiere **minimizar el peso** bajo la restricción de que la **resistencia a la flexión** cumpla:

 **Objetivo:** Encontrar el **mínimo valor de “ h ”** que cumpla con la resistencia requerida y minimice el peso.

SOLUCIÓN

1. Planteamos la condición de resistencia:

$$\frac{10h^2}{6} \geq 100 \Rightarrow h^2 \geq 60 \Rightarrow h \geq \sqrt{60} \approx 7.746$$

2. Como el peso crece con “ h ”, el valor mínimo que cumple la condición es:

$$h = \sqrt{60}$$

Interpretación física:

El cálculo diferencial permite encontrar la mínima cantidad de material (mínimo peso) para cumplir una condición estructural.

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio permite articular teoría matemática y fenómeno físico, desarrollando la capacidad de modelar, analizar e interpretar sistemas mecánicos reales, relacionando posiciones, velocidades y aceleraciones que son fundamentales en dinámica de mecanismos y análisis vibratorio.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 4

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Álgebra Lineal

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Integral
- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Manejo de matrices para análisis estructural, simulación de sistemas y resolución de ecuaciones en dinámica y estática. Análisis de estructuras; resolver un sistema de ecuaciones para encontrar las fuerzas internas en una armadura (método de nodos o secciones), determinar si una estructura es estable y segura. Dinámica de sistemas mecánicos; modelar el movimiento de un sistema masa-resorte-amortiguador usando matrices, predecir vibraciones y comportamientos oscilatorios. Métodos numéricos para sistemas lineales; resolver sistemas grandes de ecuaciones lineales con el método de Gauss o descomposición LU, simulaciones por elementos finitos (FEM) para analizar esfuerzos y deformaciones. Transferencia de calor; representar una red de nodos térmicos con matrices y resolver temperaturas en estado estacionario, diseño de sistemas de refrigeración o aislamiento térmico.

EJERCICIO

Situación:

Supongamos que estás empujando un carrito de compras en un supermercado. Empujas con una fuerza de 5 N hacia el este, y el viento sopla con una fuerza de 3 N hacia el norte. Queremos encontrar la fuerza total (resultante) sobre el carrito.

SOLUCIÓN

Paso 1: Representar las fuerzas como vectores

- Fuerza tuya: $\vec{F}_1 = (5, 0) = (5 \text{ N hacia el este} \rightarrow \text{eje X}, 0 \text{ en Y})$
- Fuerza del viento: $\vec{F}_2 = (0, 3) = (0, 3 \text{ N hacia el norte} \rightarrow \text{eje Y}, 0 \text{ en X})$

Paso 2: Sumar los vectores

Sumamos componente a componente:

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (5 + 0, 0 + 3) = (5, 3)$$

Este vector representa la fuerza neta sobre el carrito.

Paso 3: Calcular la magnitud del vector resultante

Usamos el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{F}_{total}| = \sqrt{\{5^2 + 3^2\}} = \sqrt{\{25 + 9\}} = \sqrt{\{34\}} \approx 5.83$$

Paso 4: Calcular la dirección del vector

Podemos hallar el ángulo respecto al eje X (este):

$$\theta = \tan^{-1}(35) \approx 30.96^\circ$$

Conclusión

La fuerza total que actúa sobre el carrito es de aproximadamente **5.83 N en una dirección de 30.96° al norte del este**. ¡Nada mal para un paseo de compras con algo de viento!

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio, aunque sencillo y cotidiano, es altamente valioso en la formación inicial en Ingeniería Mecánica, ya que permite introducir de manera concreta el análisis vectorial de fuerzas, base fundamental para el estudio del equilibrio y movimiento de sistemas mecánicos. Facilita la comprensión del concepto de fuerza como vector y su composición mediante métodos gráficos y analíticos, desarrollando habilidades en representación, razonamiento espacial y análisis físico-mecánico.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 5

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Álgebra Lineal

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Integral
- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Manejo de matrices para análisis estructural, simulación de sistemas y resolución de ecuaciones en dinámica y estática. Análisis de estructuras; resolver un sistema de ecuaciones para encontrar las fuerzas internas en una armadura (método de nodos o secciones), determinar si una estructura es estable y segura. Dinámica de sistemas mecánicos; modelar el movimiento de un sistema masa-resorte-amortiguador usando matrices, predecir vibraciones y comportamientos oscilatorios. Métodos numéricos para sistemas lineales; resolver sistemas grandes de ecuaciones lineales con el método de Gauss o descomposición LU, simulaciones por elementos finitos (FEM) para analizar esfuerzos y deformaciones. Transferencia de calor; representar una red de nodos térmicos con matrices y resolver temperaturas en estado estacionario, diseño de sistemas de refrigeración o aislamiento térmico.

EJERCICIO

Situación:

Un dron vuela desplazándose desde su punto de origen en línea recta. Se mueve:

- **4 unidades hacia el este** (eje X),
- **3 unidades hacia el norte** (eje Y),
- **5 unidades hacia arriba** (eje Z).

Queremos conocer el **vector de desplazamiento**, su **magnitud** y la **dirección** general.

SOLUCIÓN

→ Paso 1: Representar el vector

$$\vec{v} = (4, 3, 5)$$

Esto significa que el dron avanza 4 unidades en X, 3 en Y y 5 en Z.

Paso 2: Calcular la magnitud

Usamos la extensión del teorema de Pitágoras en 3D:

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{16 + 9 + 25} = \sqrt{50} \approx 7.07 \text{ unidades}$$

Podemos calcular los **ángulos de dirección** con respecto a cada eje usando el coseno director:

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{|\vec{v}|}, \cos(\beta) = \frac{3}{|\vec{v}|}, \cos(\gamma) = \frac{5}{|\vec{v}|}$$

Sustituimos:

- $\cos(\alpha) \approx \frac{4}{7.07} \approx 0.566 \rightarrow \alpha \approx 55.5^\circ$
- $\cos(\beta) \approx \frac{3}{7.07} \approx 0.424 \rightarrow \beta \approx 64.9^\circ$
- $\cos(\gamma) \approx \frac{5}{7.07} \approx 0.707 \rightarrow \gamma \approx 45.0^\circ$

✓ Resultado final

El desplazamiento del dron es un vector **(4, 3, 5)** con una magnitud de aproximadamente **7.07 unidades**, y se dirige formando ángulos de aproximadamente **55.5° con el eje X**, **64.9° con el eje Y** y **45.0° con el eje Z**.

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio, aunque sencillo y cotidiano, es altamente valioso en la formación inicial en Ingeniería Mecánica, ya que permite introducir de manera concreta el análisis vectorial de fuerzas, base fundamental para el estudio del equilibrio y movimiento de sistemas mecánicos. Facilita la comprensión del concepto de fuerza como vector y su composición mediante métodos gráficos y analíticos, desarrollando habilidades en representación, razonamiento espacial y análisis físico-mecánico.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 6

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Integral

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Integración para cálculo de trabajo, energía, volúmenes y esfuerzos en sistemas térmicos y mecánicos.

Sumar cantidades variables: Trabajo, energía, calor, caudal.

Modelar acumulación: Deformación, transferencia térmica.

Diseño estructural: Momento de inercia, centroide, volumen.

Solución de modelos físicos: Ecuaciones diferenciales en vibraciones y sistemas de control.

EJERCICIO

Trabajo en un resorte (Ley de Hooke)

 **Problema:** Un resorte con constante $k=800$ N/m es comprimido 30 cm. ¿Cuánto trabajo se realiza?

SOLUCIÓN

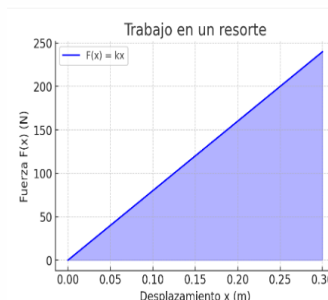
• Solución:

El trabajo para comprimir un resorte desde $x=0$ hasta $x=a$ se calcula como:

$$W = \int_0^{0.3} 800x \, dx = 800 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0.3} = 800 \cdot \frac{0.09}{2} = 36 \text{ J}$$

Interpretación gráfica:

El área bajo la curva $F(x)=kx$ representa el trabajo realizado. Es un triángulo: la integral suma infinitos rectángulos pequeños para calcular el área exacta.



EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este problema es ideal para introducir y conectar conceptos de energía, fuerza y trabajo desde el Cálculo Integral con aplicaciones concretas en Ingeniería Mecánica, particularmente en sistemas elásticos, amortiguadores y mecanismos con resortes. Desarrolla la capacidad de modelar un fenómeno físico con herramientas de Cálculo Integral interpretando el trabajo como acumulación de energía en un sistema elástico.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 7

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Integral

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Integral
- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Integración para cálculo de trabajo, energía, volúmenes y esfuerzos en sistemas térmicos y mecánicos.

Sumar cantidades variables: Trabajo, energía, calor, caudal.

Modelar acumulación: Deformación, transferencia térmica.

Diseño estructural: Momento de inercia, centroide, volumen.

Solución de modelos físicos: Ecuaciones diferenciales en vibraciones y sistemas de control.

EJERCICIO

Caudal en un tubo circular (flujo laminar).

 **Problema:** En un tubo de radio $R=5$ cm, el perfil de velocidad es:

$$v(r) = v_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad \text{con } v_{\max} = 2 \text{ m/s}$$

Calcula el **caudal volumétrico "Q"**.

SOLUCIÓN

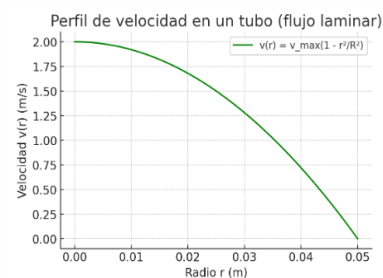
$$Q = 2\pi \int_0^R v(r) \cdot r \, dr = 2\pi \int_0^{0.05} 2 \left(1 - \frac{r^2}{(0.05)^2} \right) r \, dr$$

Solucionando, se obtiene:

$$Q \approx 0.0052 \text{ m}^3/\text{s}$$

 **Interpretación gráfica:**

Se representa el perfil de velocidad parabólico en un tubo circular. La gráfica muestra cómo la velocidad disminuye desde el centro hacia las paredes. El caudal total es la suma (integral definida) de todas las velocidades por área. La velocidad es máxima en el centro y nula en las paredes. El área bajo esta curva radial se integra para obtener el caudal volumétrico total.



EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este problema es ideal para introducir y conectar conceptos de energía, fuerza y trabajo desde el Cálculo Integral con aplicaciones concretas en Ingeniería Mecánica, particularmente en sistemas elásticos, amortiguadores y mecanismos con resortes. Desarrolla la capacidad de modelar un fenómeno físico con herramientas de Cálculo Integral interpretando el trabajo como acumulación de energía en un sistema elástico.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 8

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Integral

Asignaturas relacionadas del Programa

- Cálculo Vectorial
- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Integración para cálculo de trabajo, energía, volúmenes y esfuerzos en sistemas térmicos y mecánicos.

Sumar cantidades variables: Trabajo, energía, calor, caudal.

Modelar acumulación: Deformación, transferencia térmica.

Diseño estructural: Momento de inercia, centroide, volumen.

Solución de modelos físicos: Ecuaciones diferenciales en vibraciones y sistemas de control.

EJERCICIO

Momento de inercia de una viga rectangular.

 **Problema:** Determina el momento de inercia respecto al eje neutro de una viga rectangular de base $b=10\text{cm}$, altura $h=10\text{cm}$.

SOLUCIÓN

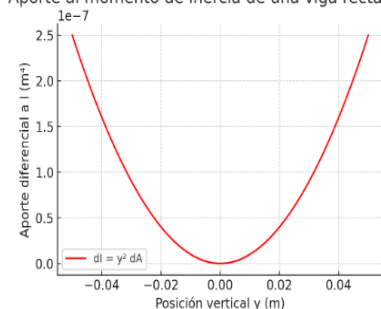
$$I = \int_A y^2 dA = \int_{-0.05}^{0.05} y^2 \cdot b dy = b \cdot \frac{y^3}{3} \Big|_{-0.05}^{0.05} = 0.1 \cdot \left(\frac{(0.05)^3 - (-0.05)^3}{3} \right) = 8.33 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Interpretación gráfica:

Cada elemento “ dA ” aporta más al momento de inercia cuanto más lejos está del eje neutro. La integral suma todos esos aportes.

Cada punto muestra cuánto contribuye una franja horizontal a la **rigidez estructural** de la viga. Las zonas más alejadas del eje neutro aportan más al **momento de inercia**, de acuerdo con y^2 .

Aporte al momento de inercia de una viga rectangular



EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este problema es ideal para introducir y conectar conceptos de energía, fuerza y trabajo desde el Cálculo Integral con aplicaciones concretas en Ingeniería Mecánica, particularmente en sistemas elásticos, amortiguadores y mecanismos con resortes. Desarrolla la capacidad de modelar un fenómeno físico con herramientas de Cálculo Integral interpretando el trabajo como acumulación de energía en un sistema elástico.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 9

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Cálculo Vectorial

Asignaturas relacionadas del Programa

- Ecuaciones Diferenciales
- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Análisis de fuerzas y movimientos en tres dimensiones, cálculo de tensiones y deformaciones en componentes mecánicos. Análisis de esfuerzos y deformaciones; se usa para calcular fuerzas internas y momentos en estructuras mecánicas, el producto vectorial permite determinar el momento de una fuerza respecto a un punto, ayuda a predecir cómo se deformará una pieza bajo carga. Dinámica de fluidos; aplican operadores como gradiente, divergencia y rotacional para describir el comportamiento de fluidos, es esencial para analizar flujos incompresibles, vorticidad y presión en sistemas como turbinas o sistemas de refrigeración. Cinemática y dinámica de mecanismos; modelan trayectorias, velocidades y aceleraciones de partes móviles, permite describir el movimiento de brazos robóticos, engranajes y sistemas de suspensión.

EJERCICIO

✂ **Situación:** Una placa metálica delgada tiene su temperatura en el tiempo descrita por una función: T

donde:

- $T(x,y)$ está en °C,
- x y y están en metros,
- la placa está en el plano xy ,
- el origen $(0, 0)$ es el centro de la placa.

Problema

- Determina las **tasas de cambio de la temperatura** respecto a x y y en el punto $(2,1)$.
- Calcula el **gradiente** de $T(x,y)$ en ese punto.
- Interpreta físicamente la dirección del gradiente.

SOLUCIÓN

Paso 1: Derivadas parciales

Derivada parcial respecto a x :

$$\partial T / \partial x = \partial \partial x (100 - x^2 - y^2) = -2x \quad \partial T / \partial x = \partial x (100 - x^2 - y^2) = -2x$$

Derivada parcial respecto a y :

$$\partial T / \partial y = \partial \partial y (100 - x^2 - y^2) = -2y \quad \partial T / \partial y = \partial y (100 - x^2 - y^2) = -2y$$

Paso 2: Evaluamos en el punto $(2,1)$

$$\partial T / \partial x (2,1) = -2(2) = -4 \quad \partial T / \partial x (2,1) = -22 = -4$$

$$\partial T / \partial y (2,1) = -2(1) = -2 \quad \partial T / \partial y (2,1) = -21 = -2$$

Paso 3: Gradiente

El gradiente de la función $T(x,y)$ es:

$$\nabla T(x,y) = (\partial T / \partial x, \partial T / \partial y) = (-2x, -2y) \quad \nabla T_{x,y} = \partial T / \partial x, \partial T / \partial y = -2x, -2y$$

Entonces, en $(2,1)$:

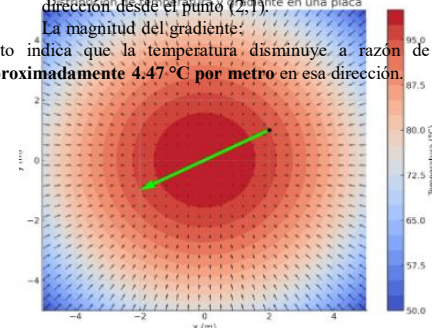
$$\nabla T(2,1) = (-4, -2) \quad \nabla T_{2,1} = -4, -2$$

Paso 4: Interpretación física

- El **gradiente** apunta en la dirección donde la temperatura **disminuye más rápidamente**.
- En este caso, el vector $(-4, -2)$ indica que la

temperatura disminuye más rápidamente en esa dirección desde el punto $(2,1)$.

- La magnitud del gradiente: Esto indica que la temperatura disminuye a razón de aproximadamente 4.47°C por metro en esa dirección.



EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio es un excelente puente entre el cálculo vectorial y la física térmica, y permite abordar aplicaciones directas en transferencia de calor, diseño térmico y análisis de gradientes de temperatura en Ingeniería Mecánica. Relaciona gráficamente la forma de la placa y la variación térmica con los vectores gradiente.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 10

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Ecuaciones Diferenciales

Asignaturas relacionadas del Programa

- Operacional y Numérico
- Introducción a la Ingeniería Mecánica
- Dinámica
- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.

Aplicación / Uso en Programa

Modelación de sistemas dinámicos, transferencia de calor, vibraciones y procesos mecánicos complejos. Física; Movimiento de proyectiles. Ingeniería mecánica; Vibraciones de resortes. Electricidad; Circuitos RLC. Biología; Crecimiento poblacional. Las ecuaciones diferenciales son el lenguaje matemático que permite describir cómo cambia el mundo: calor que se disipa, cuerpos que se mueven, fluidos que fluyen, precios que evolucionan, poblaciones que crecen.

EJERCICIO

Situación: Se tiene una masa $m=1$ kg, unida a un resorte con constante $k=4$ N/m. Si se desplaza la masa 1 m, desde el equilibrio y se suelta sin velocidad inicial, ¿cómo se moverá la masa en el tiempo?

Ecuación diferencial

$$m\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right) + kx = 0$$

Dividiendo por m:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + 4x = 0$$

SOLUCIÓN

Esta es una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden con coeficientes constantes. Su solución es:

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t), \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2$$

Con las condiciones iniciales:

$$x(0) = 1 \Rightarrow A = 1$$

$$x'(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

Entonces:

$$x(t) = \cos(2t)$$

Gráfico

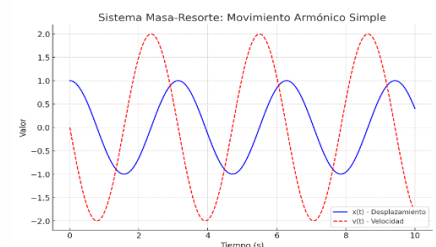
La curva azul representa el desplazamiento $x(t)$: **oscila periódicamente** en el tiempo.

La curva roja discontinua representa la velocidad $v(t)=x'(t)$: también es oscilatoria y **desfasada** con respecto al desplazamiento.

Interpretación física.

Este sistema representa un **movimiento armónico simple**, donde la masa va y viene alrededor de la posición de equilibrio, sin perder energía (porque no hay fricción). Este tipo de modelo es fundamental para:

- Diseño de sistemas de suspensión.
- Análisis de vibraciones mecánicas.
- Estudio de resonancias en estructuras.



EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio es un clásico modelo de oscilación armónica simple, fundamental en el estudio de vibraciones mecánicas, dinámica de sistemas, y en general en cualquier análisis de sistemas masa-resorte en Ingeniería Mecánica. Desarrolla la capacidad para modelar un sistema dinámico usando ecuaciones diferenciales, analizar su comportamiento oscilatorio, y comprender las propiedades físicas que gobiernan la vibración de sistemas mecánicos simples.



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Rodrigo Alonso Castro Niño

Pág. 11

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

Probabilidad y Estadística

Asignaturas relacionadas del Programa

- Resistencia de Materiales
- Transferencia de calor.
- Mecánica de Fluidos.
- Procesos de Manufactura.
- Diseño de Máquinas.

Aplicación / Uso en Programa

Análisis estadístico para control de procesos, tolerancias y confiabilidad en manufactura y diseño. Control de calidad; asegurarse de que piezas mecánicas cumplan con tolerancias. Estadística de procesos (SPC); para reducir variabilidad y prevenir defectos. Análisis de confiabilidad; estimar probabilidad de fallos en componentes. Simulación de procesos productivos; usando distribuciones de probabilidad realistas.

EJERCICIO

Situación: Una empresa fabrica ejes metálicos para motores. Se espera que el **diámetro promedio** sea de **50 mm**, pero por variaciones del proceso, no todos los ejes salen con el mismo tamaño. Se mide una muestra de 100 ejes para evaluar la calidad del proceso.

SOLUCIÓN

Datos y análisis

Los diámetros se distribuyen de forma aproximadamente **normal** (campana de Gauss). A partir de los 100 valores generados (simulados), se obtuvieron:

Media muestral: $\bar{x} \approx 50.03 \text{ mm}$

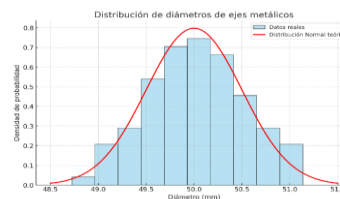
Desviación estándar muestral: $s \approx 0.51 \text{ mm}$

Gráfico

El **histograma azul** representa los diámetros medidos en la muestra.

La **curva roja** representa la distribución normal teórica esperada si el proceso estuviera perfectamente controlado (media = 50, desviación = 0.5).

Se observa que la muestra sigue bien el patrón esperado, lo que sugiere que el proceso está **bajo control estadístico**.



EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

Este ejercicio vincula directamente la estadística con el control de calidad industrial, una competencia clave en Ingeniería Mecánica. Este tipo de ejercicio permite articular las matemáticas con situaciones reales del entorno industrial y la toma de decisiones informadas y cuantificadas.

GUÍA PARA ESTUDIANTES

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Daniel Augusto Castellanos Coronado

Pág. 12

**Paralelo de
Espacio Académico Ciencias Básicas
vs. Asignaturas del Programa**

Materia Ciencias Básicas

FÍSICA MECÁNICA

**Asignaturas relacionadas
del Programa**

- Física Mecánica
- Física Electricidad y Magnetismo
- Resistencia de Materiales
- Mecánica de Fluidos
- Mecanismos
- Transferencia de Calor
- Electrónica Industrial

Aplicación / Uso en Programa

Estática y Resistencia de Materiales Aplicación: Análisis de cuerpos en equilibrio, cálculo de fuerzas internas, esfuerzo y deformaciones. Conceptos de Física Mecánica: Leyes de Newton Equilibrio de fuerzas y momentos Vectores y descomposición de fuerzas Asignaturas relacionadas: Estática Resistencia de Materiales

2. Dinámica y Mecánica de Cuerpos Rígidos Aplicación: Estudio de movimiento de máquinas, sistemas rotacionales y análisis de vibraciones. Conceptos aplicados: Cinemática y dinámica de la rotación Momento de inercia Energía cinética rotacional Asignaturas relacionadas: Dinámica Vibraciones Mecánicas

Diseño Mecánico Aplicación: Diseño de mecanismos y componentes mecánicos que requieren entender cargas, aceleraciones. Fundamento de Física Mecánica: Movimiento relativo Fuerzas normales y de fricción Torque y potencia Software usado: SolidWorks, AutoCAD, Inventor

Termodinámica y Transferencia de Energía Aplicación: Cálculo del trabajo y energía involucrada en sistemas térmicos y motores. Conexión con Física Mecánica: Trabajo y energía mecánica Conservación de la energía Procesos adiabáticos e isotérmicos Asignaturas relacionadas: Termodinámica velocidades, torques y I y Máquinas Térmicas

Mecatrónica y Robótica Industrial Aplicación: Movimiento de sistemas automatizados, análisis de fuerzas en ejes y articulaciones, interacción entre mecánica y control electrónico. Conceptos clave: Cinemática inversa Dinámica de sistemas articulados Fuerzas y par motor Proyectos integradores: Robótica, líneas automatizadas

EJERCICIO

Un ingeniero mecánico diseña un sistema de elevación para una plataforma de mantenimiento. La plataforma (masa 150 kg) cuelga de un cable conectado a un motor mediante una polea ideal (sin fricción ni masa). Si el motor aplica una tensión constante de 1800 N hacia arriba, calcula:

1. La aceleración de la plataforma.
2. La fuerza neta sobre la plataforma.
3. La velocidad después de 3 s, si parte del reposo.

SOLUCIÓN

$v = 6.6 \text{ m/s}$ Paso 1. Diagrama de fuerzas
Peso: $W = m \cdot g = 150 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 1470 \text{ N}$
hacia abajo
Tensión: $T = 1800 \text{ N}$ hacia arriba

Paso 2. Segunda Ley de Newton
 $\Sigma F = m \cdot a$
 $T - W = m \cdot a$
 $a = (T - W) / m$
 $a = (1800 \text{ N} - 1470 \text{ N}) / 150 \text{ kg}$
 $a = 330 \text{ N} / 150 \text{ kg}$
 $a = 2.2 \text{ m/s}^2$

Paso 3. Fuerza neta
 $F_{\text{net}} = m \cdot a = 150 \text{ kg} \cdot 2.2 \text{ m/s}^2 = 330 \text{ N}$

Paso 4. Velocidad a los 3 s
 $v = v_0 + a \cdot t$
 $v = 0 + 2.2 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s}$

RESULTADOS

- ✓ Aceleración: 2.2 m/s^2 hacia arriba
- ✓ Fuerza neta: 330 N hacia arriba
- ✓ Velocidad después de 3 s: 6.6 m/s hacia arriba

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

En Ingeniería Mecánica, los sistemas de poleas y motores de elevación se usan en grúas, ascensores y plataformas móviles. Analizar tensiones y aceleraciones permite diseñar estructuras seguras y eficientes para trabajos en altura y manipulación de cargas pesadas.



GUÍA PARA ESTUDIANTES

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

Docente: Daniel Augusto Castellanos Coronado

Pág. 13

Paralelo de Espacio Académico Ciencias Básicas vs. Asignaturas del Programa

Materia Ciencias Básicas

FÍSICA ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Asignaturas relacionadas del Programa

- Física Mecánica
- Física Electricidad y Magnetismo
- Resistencia de Materiales
- Mecánica de Fluidos
- Mecanismos
- Transferencia de Calor
- Electrónica Industrial

Aplicación / Uso en Programa

Electrotecnia y Máquinas Eléctricas Aplicación: Diseño y análisis de motores, generadores y transformadores. Conceptos físicos: Campo magnético Inducción electromagnética (Ley de Faraday) Corriente alterna y continua Usos en Ingeniería Mecánica: Control de motores industriales Mantenimiento de equipos eléctricos Selección de actuadores electromecánicos

Automatización y Control Industrial Aplicación: Sistemas automáticos que requieren sensores, actuadores y PLCs. Física aplicada: Campo eléctrico en sensores de proximidad Magnetismo en relés y contactores Electricidad en sistemas de señalización Ejemplos: Sistemas transportadores automatizados Líneas de producción con control de velocidad y par.

Sistemas de Energía y Generación Mecatrónica y Robótica Aplicación: Interacción entre componentes mecánicos y eléctricos para crear máquinas inteligentes. Fundamentos físicos: Campo magnético en servomotores Corriente y voltaje en sistemas embebidos Proyectos comunes: Brazos robóticos Puertas automatizadas Impresoras 3D

Instrumentación y Medición Aplicación: Uso de sensores eléctricos para medir presión, temperatura, velocidad, etc. Fenómenos físicos: Efecto Hall Corrientes inducidas Capacitores y resistencia Instrumentos comunes: Tacómetros digitales Sensores de posición o campo

EJERCICIO

Un eje cilíndrico de acero inoxidable, de 2 cm de radio, se encuentra cargado uniformemente con una densidad lineal de carga de $5 \mu\text{C/m}$

Pregunta:

¿ Determinar la magnitud del campo eléctrico a una distancia de 5 cm del eje, asumiendo que se comporta como un hilo largo?

SOLUCIÓN

Usando la Ley de Gauss para un hilo cargado:

$$E \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot L) = \lambda \cdot L / \epsilon_0$$

Donde:

E = Campo eléctrico (N/C)

λ = densidad lineal de carga = $5 \times 10^{-6} \text{ C/m}$

r = distancia desde el eje = 0.05 m

ϵ_0 = permitividad del vacío = $8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$

Por lo tanto:

$$E = \lambda / (2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r)$$

$$E = (5 \times 10^{-6}) / (2 \cdot \pi \cdot 8.85 \times 10^{-12} \cdot 0.05)$$

$$E = (5 \times 10^{-6}) / (2.78 \times 10^{-12})$$

$$E \approx 1.8 \times 10^6 \text{ N/C}$$

Respuesta final:

El campo eléctrico a 5 cm del eje es aproximadamente $1.8 \times 10^6 \text{ N/C}$ dirigido radialmente hacia fuera.

EXPLICACIÓN - RELACIÓN CONTEXTO EJERCICIO CON EL PROGRAMA

En Ingeniería Mecánica, comprender la distribución de campo eléctrico alrededor de ejes o piezas cargadas es importante para diseño de aislamientos, protección de sensores, y seguridad electrostática en sistemas de manufactura y operación de maquinaria.

